

Počítačová grafika III (NPGR010)

3. přednáška: Odraz světla, BRDF

Kristina Bártová
4. října, 2012

V této kapitole se budeme zabývat tím, co se stane, když světlo dopadne na povrch.

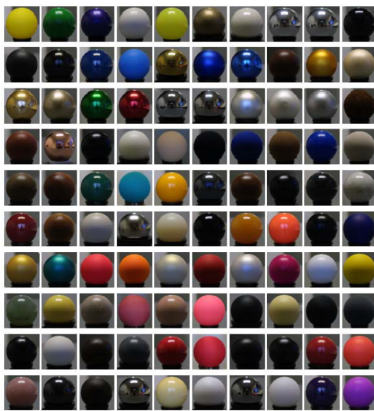
1 Interakce světla s povrchem

Většina světla, které vnímáme, je světlo odražené od povrchu objektu. Světlo dopadající do lidského oka přímo je spíše výjimkou. Barva objektů je částečně dána spektrální charakteristikou dopadajícího světla, ale především vlastnostmi povrchu (jaké vlnové délky a v jakém směru odráží). Příklad tohoto chování můžeme vidět na obrázku 1.

Chování světla ve scéně nám tedy definuje vzhled objektů ve scéně. Když světlo dopadne na povrch nějakého objektu, mohou nastat následující interakce:

- **Absorpce** - při absorpci světla se světelná energie zeslabuje nebo mizí, protože se přeměňuje na jiný typ energie (např. na teplo)
- **Odraz** - světlo se může odrážet do různých směrů, přičemž směr odrazu ovlivňuje vzhled objektu (může být ideální zrcadlový, lesklý atd)
- **Lom** - k lomu dochází na rozhraní dvou prostředí s různou optickou hustotou
- **Rozptyl pod povrchem** - pro popis tohoto jevu slouží funkce modelu odrazu pod povrchem BSSRDF

Odrazivé vlastnosti materiálu určují vztah odražené radiance L_r a příchozí radiance L_i a potažmo tedy i vzhled objektu (jeho barva, lesklost apod.).

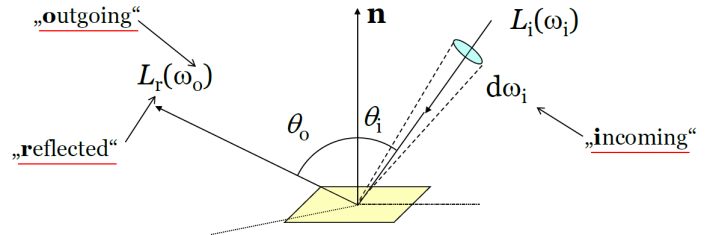


Obrázek 1: Identicky osvětlené kuličky z různých materiálů a rozdílných vlastností odrazu světla. Vidíme, že se liší pouze směrovým rozložením odraženého světla.

2 BRDF

BRDF (Bidirectional reflectance distribution function) neboli dvousměrová distribuční funkce odrazu slouží k matematickému popisu

odrazivých vlastností povrchu v určitém bodě. Schéma můžeme vidět na obrázku 2.



Obrázek 2: Modře označený diferenciální svazek světla dopadá na nějaké místo na povrchu, které nás ale nezajímá. Pro nás je důležitý příchozí a odchozí směr světla.

Z definice BRDF

$$f_r(\omega_i \rightarrow \omega_o) = \frac{dL_r(\omega_o)}{dE(\omega_i)} = \frac{dL_r(\omega_o)}{L_i(\omega_i) \cdot \cos\theta_i \cdot d\omega_i} [sr^{-1}] \quad (1)$$

vidíme, že funkce má dva parametry.

ω_i ... popisuje příchozí směr, ze kterého na nějaké místo na ploše dopadne světlo

ω_o ... popisuje odchozí směr, ze kterého se na nějaké místo na ploše díváme

BRDF f_r nám pro tyto dva směry dá poměr odražené radiance v odchozím směru vůči diferenciální příchozí radianci z příchozího směru. Jinými slovy bychom mohli říct, že nám tato funkce pro dva směry řekne, kolik procent světla přicházejícího z nějakého směru se odrazí do směru odchozího. Máme-li hodnotu BRDF pro libovolný pár těchto směrů, tak jsme zcela popsali odrazivé vlastnosti daného objektu.

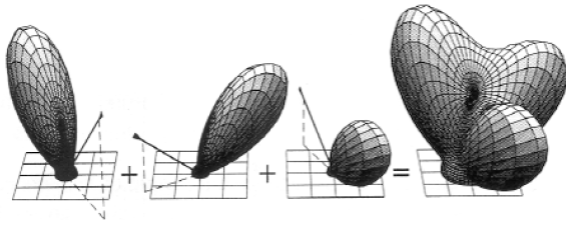
Oborem hodnot je $f_r(\omega_i \rightarrow \omega_o) \in [0, \infty)$

Realita, kterou se snažíme modelovat, je velmi složitá a komplexní, proto aby námi vytvořené obrázky vypadaly realisticky, potřebujeme dostatečně detailní přístup. BRDF modeluje, co se děje na úrovni mikrostruktury při pohledu z dálky.

2.1 Vlastnosti BRDF

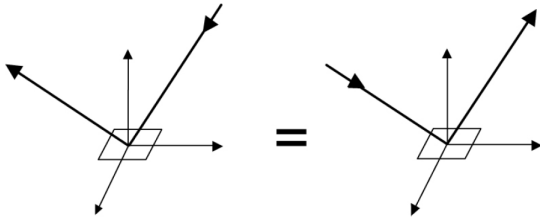
- **Linearita** - BRDF je lineární vzhledem k radianci, tedy výsledná odražená energie může být příspěvkem několika nezávislých zdrojů světla z různých směrů (viz. obrázek 3).
- **Helmholzova reciprocita** - říká, že BRDF je vždy symetrická, jinými slovy, že hodnota BRDF v daném bodě zůstane stejná, i když zaměníme směr odrazu a dopadu světla (viz. obrázek 4).

$$f_r(\omega_i \rightarrow \omega_o) = f_r(\omega_o \rightarrow \omega_i) \quad (2)$$



Obrázek 3: Linearita

Tato vlastnost je postulát odvozený z chování reality. Platí pro odraz, nikoliv však pro lom. Tento přístup je kritický pro dvousměrové globální osvětlovací techniky.



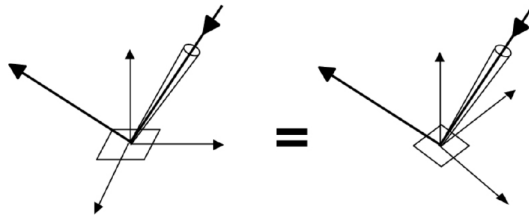
Obrázek 4: Helmholtzova reciprocita

- **Zachování energie** - platí zákon zachování energie.

Uvažujme diferenciální plošku. Pak poměr diferenciálního toku odraženého od této plošky vůči toku, který na ni dopadl, bude vždy menší než 1. Tím že se světlo odrazí se zkrátka nemůže vytvářet energie.

$$\frac{d\Phi_r}{d\Phi_i} = \frac{\int_{\Omega_r} L_r(\omega_r \cdot \cos\theta_r d\omega_r)}{\int_{\Omega_i} L_i(\omega_i) \cdot \cos\theta_i d\omega_i} = \frac{\int_{\Omega_r} \int_{\Omega_i} f_r(\omega_i \rightarrow \omega_r) L_i(\omega_i) \cos\theta_i d\omega_i \cos\theta_r d\omega_r}{\int_{\Omega_i} L_i(\omega_i) \cdot \cos\theta_i d\omega_i} \leq 1 \quad (3)$$

- **(An)izotropie** - izotropní BRDF je invariantní k otočení kolem normály. Jinými slovy to znamená, že nezávisí na natočení povrchu vůči směru (viz. obrázek 5).



Obrázek 5: Izotropie

Obecná BRDF je čtyřrozměrnou funkcí, kde dva parametry slouží pro příchozí směr (θ_i, ϕ_i) a dva pro odchozí směr (θ_o, ϕ_o) . V případě izotropní BRDF nás ale ve skutečnosti absolutní azimut příchozího ϕ_i a odchozího ϕ_o směru nezajímá, nýbrž jenom relativní rozdíl mezi azimutem příchozím a odchozím $(\phi_o - \phi_i)$, můžeme funkci napsat jako trojrozměrnou.

$$f_r(\theta_i, \phi_i; \theta_o, \phi_o) = f_r(\theta_i, \phi_i + \phi; \theta_o, \phi_o + \phi) = f_r(\theta_i, \theta_o, \phi_o - \phi_i) \quad (4)$$

Př. Lisovaný plech je anizotropní, což můžeme pozorovat, jestliže jej budeme otáčet. Jeho vzhled se bude měnit. Anizotropie je způsobena různým uspořádáním mikroplošek (microfacets), které ale samy o sobě izotropní jsou. Dalším příkladem je DVD disk.

Naopak list papíru se při všech natočeních chová stejně, je izotropní.

3 Rovnice odrazu

Odrazivé vlastnosti povrchu nám charakterizuje BRDF. Na otázku kolik světla se celkově do daného směru odrazí, nám odpoví rovnice odrazu (reflectance equation).

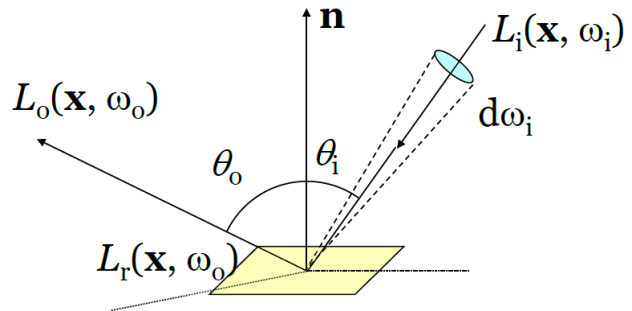
Rovnice odrazu nám říká, jaká radiance L_r se celkově odráží z daného bodu do nějakého směru ω_o v závislosti na množství příchozího světla L_i a materiálu povrchu f_r .

Rovnici odrazu odvodíme z definice BRDF:

$$dL_r(\omega_o) = f_r(\omega_o \rightarrow \omega_i) \cdot \cos\theta_i \cdot d\omega_i \quad (5)$$

Celková odražená radiance je součtem (integrálem) příchozí radiance přes celou hemisféru H (přes všechny příchozí směry).

$$L_r(x, \omega_o) = \int_{H(x)} L_i(x, \omega_i) \cdot f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \cos\theta_i d\omega_i \quad (6)$$



Obrázek 6: Vizualizace rovnice odrazu

Jinými slovy rovnice znamená, že celková odražená radiance z bodu x ve směru ω_o je dána součtem příspěvků příchozí radiance přes všechny příchozí směry, kde každý příspěvek převážíme BRDF.

Může se ale stát, že objekt nebude světlo jenom odrážet, ale že ho bude též emitovat (př. žárovka emituje i odráží světlo). Emitované světlo označíme L_e .

Celkové světlo L_o , odcházející z toho povrchu pak vypočítáme

$$L_o(x, \omega_o) = L_e(x, \omega_o) + L_r(x, \omega_o) \quad (7)$$

Vyhodnocováním rovnice odrazu už můžeme vykreslovat obrázky. Např. Pokud je jediným zdrojem světla ve scéně mapa prostředí

(environment map) a zajímá nás pouze výpočet přímého osvětlení, integrujeme přes celou hemisféru a za BRDF můžeme zvolit nař. Phongův model.

4 Odrazivost

Odrazivost je veličina odvozená z BRDF a je definována jako poměr příchozího a odraženého toku. Pro difusní objekty se jí říká též Albedo.

Existuje několik druhů odrazivosti, které závisí na tom, který směr BRDF integrujeme:

- **Hemisféricko-hemisférická** - definuje, kolik procent světelné energie dopadající na povrch odkudkoliv se odrazí kamkoliv. Pro výpočet bychom museli následující rovnici integrovat ještě jednou (protože chceme úplně všechny hodnoty) (viz. též 3).
- **Hemisféricko-směrová** - je veličina, udávající kolik procent světelné energie odrazí povrch do daného směru ω_o při osvětlení uniformní jednotkovou příchozí radiancí. Značíme ρ .

Definice:

$$\rho(x, \omega_o) = a(x, \omega_o) = \int_{H(x)} f_r(x, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cdot \cos\theta_i d\omega_i \quad (8)$$

Obor hodnot: $\rho(\omega_o) \in [0, 1]$ (musí platit zachování energie)

Rovnice slovy: Celková radiance, která se odrazí ve směru ω_o je dána integrálem příchozí radiance krát BRDF přes všechny směry. Pro výpočet odrazivosti uvažujeme příchozí radianci jednotkovou, takže integrujeme pouze BRDF (a kosínový faktor) přes všechny ω_i . Výsledná veličina je závislá jenom na ω_o .

Také by nás mohlo zajímat, jaké procento světelného toku přicházejícího ze směru ω_i je odraženo (do libovolného směru). Tím zavádíme **směrovo-hemisférickou** odrazivost, která je ekvivalentní s hemisféricko-směrovou odrazivostí (jedná se o ekvivalenci z Helmholtzovy reciprocity pro BRDF).

4.1 Reálné hodnoty Albedo

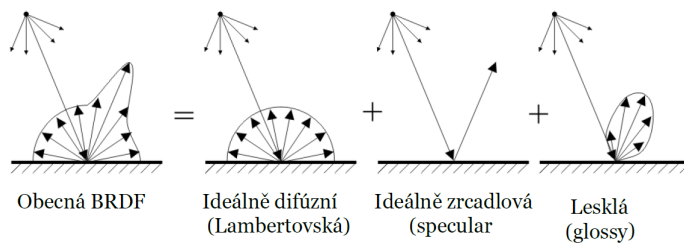
Kolik procent světla odraží některé reálné difuzní povrchy?

Mraky	80%
Čerstvý sníh	80%
Starý sníh	40%
Tráva	30%
Hlína	15%

5 Druhy BRDF

Obecná BRDF se většinou v praxi skládá z komponenty (viz. obrázek 7).

- **Ideálně difúzní (Lambertovská)**
- **Ideální zrcadlové (specular)**
- **Lesklé**



Obrázek 7: Druhy BRDF

5.1 Ideálně difúzní odraz (Lambertovský)

Při difuzním odrazu se světlo dopadající na povrch odrazí se stejnou pravděpodobností uniformně do všech směrů nezávisle na příchozím směru. Jinými slovy BRDF nezávisí na odchozím směru, odrazí se stejně do všech směrů, tudíž je **konstantní** (odchozím směrem mohou libovolně hýbat, BRDF se nezmění). Platí tedy

$$f_{r,d}(x, \omega_i \rightarrow \omega_o) = f_{r,d}(x)(konstanta) \quad (9)$$

BRDF je sice konstantní ve směrech, ale na povrchu se může měnit (textura).

Celkovou odchozí radianci L_o odvodíme z rovnice odrazu (6). Protože BRDF $f_{r,d}$ je konstanta nezávislá na směru ω_i , můžeme ji vytknout před integrál. To, co zbylo uvnitř integrálu, je pak přímo hodnota irradiance E .

$$L_o(x, \omega_o) = f_{r,d}(x) \int_{H(x)} L_i(x, \omega_i) \cdot \cos\theta_i d\omega_i = f_{r,d} E(x) \quad (10)$$

Z tohoto vztahu přímo plyne, že hodnota odchozí radiance na Lambertovském povrchu je závislá pouze na iradianci a abychom ji spočítali, tak nemusíme vůbec vědět, odkud přichází světlo, což nazýváme pohledově nezávislým odrazem.

Odrazivost je definována jako

$$\rho_d(x) = \int_{H(x)} f_{r,d}(x, \omega_i \rightarrow \omega_o) \cos\theta_i d\omega_i = \pi \cdot f_{r,d}(x) \quad (11)$$

Ideálně difúzní odraz ve skutečnosti neexistuje, v realitě se mu ale blíží např. stěny či tabule.

5.1.1 Problém bílé tmy

Při zatažené obloze nepoznáme tvar terénu pokrytého bílým sněhem. Blízko zdroje osvětlení tento problém ale nemáme. Tento jev je znám jako bílá tma. Proč k němu dochází?

Zatažená obloha dokonale rozptyluje sluneční světlo. Z každého směru na obloze pak přichází stejné množství světla. Příchozí světlo je tudíž nezávislé na směru, BRDF je nezávislá na směru. Výsledkem je to, že všechno, co vidím, je úplně stejné, všude je stejně bílo. Budeme-li sníh pokládat za Lambertovský povrch, bude odražen všechny příchozí paprsky do všech směrů nezávisle na směru, odkud přišly. Protože nezáleží na orientacích ničeho, všechno se nakonec slije v bílou tmu.



Obrázek 8: Bílá tma

Když si ale do scény posvítíme dalším zdrojem osvětlení, začne záležet na orientaci plošky, na kterou světlo dopadá a my tudíž začneme něco vidět.

Matematicky vyjádřeno: Předpokládejme konstantní radianci z oblohy $L_i(x, \omega_i) = L_i^{obloha}$ a Lambertovský sněh. Pak hodnota odražené radiance L_o^{snih} je rovna

$$L_o^{snih} = \rho_d^{snih} \cdot L_i^{obloha} \quad (12)$$

L_o tedy nezávisí ani na úhlu pohledu, ani na normále povrchu (orientaci plošky) a proto je pro nás obtížné něco vidět.

5.2 Ideální zrcadlový odraz

Ideální zrcadlový (spekulární) odraz nastává v případě, že máme nějaký ideálně rovný povrch (povrch, jehož mikrostruktura je dokonale rovná), který odráží veškeré příchozí světlo do směru tak, jak velí zákon odrazu. V praxi se této matematické abstrakci nejvíce podobá dokonale vyleštěný kov, voda či sklo.

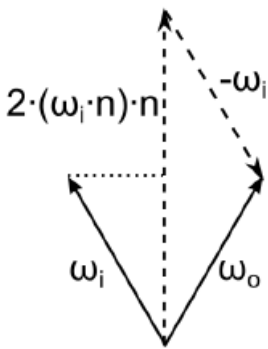
Zákon odrazu říká, že úhel odrazu je roven úhlu dopadu, přičemž odražené vlnění zůstává v rovině dopadu.

Máme-li směr příchozího paprsku vyjádřený ve sférických souřadnicích $\omega_i = (\theta_i, \phi_i)$, potom směr odraženého paprsku ω_o je

$$\omega_o = (\theta_o = \theta_i, \phi_o = (\phi_i \pm \pi) \bmod 2\pi) \quad (13)$$

Pro směry reprezentované v kartézských souřadnicích je ale výpočetně praktičtější použít vztahy založené na skalárním součinu, kdy je směr odraženého paprsku definován jako

$$\omega_o = 2(\omega_i \cdot n)n - \omega_i \quad (14)$$



Obrázek 9: Odvození směru odraženého paprsku

Odvození: Směr odraženého paprsku budeme odvozovat přes kosočtverec (viz. obrázek 9). Nejprve provedeme projekci vektoru příchozího paprsku ω_i na normálu k povrchu n , vynásobíme tuto projekci dvěma (čímž získáme úhlopříčku kosočtverce) a odečteme ω_i .

Odbočka: Diracova Delta distribuce

Diracův impuls je speciální signál s nulovou šířkou impulsu a nekonečnou amplitudou, tzn. v jediném bodě nabývá nekonečné hodnoty. V praxi je nerealizovatelný.

Je dán prepisem následujících dvou funkcí

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty & x = 0 \\ 0 & x \neq 0 \end{cases} \quad (15)$$

Jeho plocha se rovná jedné.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \quad (16)$$

Jeho velmi důležitou vlastností je **vzorkovací vlastnost**:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x) dx = f(0) \quad (17)$$

Delta distribuci využijeme pro matematické modelování BRDF ideálního zrcadlového odrazu.

konec odbočky

BRDF pro ideální zrcadlový odraz se snaží modelovat zákon odrazu. Jinými slovy chceme, aby radiance L_r odražená v odchozím směru byla rovna příchozí radianci L_i ve stejném směru pouze s azimutem ϕ lišícím se o π vynásobenou odrazivostí $R(\theta_i)$ vypočtenou z Fresnelových vzorců (viz. níže). Matematicky tuto představu vyjádříme jako

$$L_r(\theta_o, \varphi_o) = R(\theta_i) L_i(\theta_o, \varphi_o \pm \pi) \quad (18)$$

Naše požadavky na BRDF tedy jsou: dostaneme-li konfiguraci příchozího a odchozího směru, která nebude odpovídat zákonu odrazu, BRDF se bude rovnat nule. Zároveň chceme, aby množství energie odražené touto BRDF bylo rovno $R(\theta_i)$. BRDF je v souladu s těmito požadavky definována jako

$$f_{r,m}(\theta_i, \varphi_i; \theta_o, \varphi_o) = R(\theta_i) \frac{\delta(\cos\theta_i - \cos\theta_o) \delta(\varphi_i - \varphi_o \pm \pi)}{\cos\theta_i} \quad (19)$$

kde

distribuce $\delta(\cos\theta_i - \cos\theta_o)$ říká, že θ_i se musí rovnat θ_o .

distribuce $\delta(\varphi_i - \varphi_o \mp \pi)$ zase říká, že BRDF je nenulová pouze pokud azimut odchozího směru je roven azimutu příchozího směru plus minus π . Je tomu tak proto, že absolutně dokonalé zrcadlo odráží světlo jen v jednom jediném směru. Při integraci přes příchozí hemisféru se tak díky delta funkcím vynulují všechny hodnoty kromě případu, kdy je v obou δ -funkcích argument 0, tedy když nastává rovnost úhlů.

$\cos\theta_i$ nacházející se ve jmenovateli je zde proto, aby se vykrátilo $\cos\theta_i$ v původní rovnici odrazu.

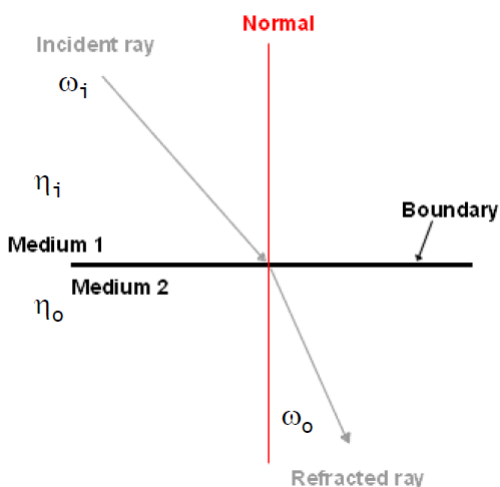
A teď k záhadnému členu $R(\theta_i)$. Ten se nazývá **koeficient odrazivosti** a udává množství odraženého světla pro lesklé hladké kovy a dielektrika. Blíže bude tato látka osvětlena v kapitole Fresnelovy vzorce.

Následující rovnice odrazu je vyjádřena pomocí sférických souřadnic a ukazuje, že pokud za BRDF použijeme námi definovanou BRDF pro dokonale lesklý odraz, dostaneme skutečně požadovaný vztah mezi odchozí a příchozí radiancí daný rovnicí 18.

$$\begin{aligned} L_r(\theta_o, \varphi_o) &= \int \int f_{r,m}(\cdot) L_i(\cdot) \cos\theta_i \sin\theta_i d\theta_i d\varphi_i = \\ &= \int \int R(\theta_i) \frac{\delta(\cos\theta_i - \cos\theta_o) \delta(\varphi_i - \varphi_o \pm \pi)}{\cos\theta_i} L_i(\theta_i, \varphi_i) \cos\theta_i \sin\theta_i d\theta_i d\varphi_i = \\ &= R(\theta_i) L_i(\theta_r, \varphi_r \pm \pi) \end{aligned} \quad (20)$$

5.3 Ideální zrcadlový lom

K lomu světla dochází na rozhraní dvou prostředí s různou optickou hustotou, tj. s různou rychlostí šíření světla. Nastane-li ideální zrcadlový lom, světlo se lomí do nějakého konkrétního směru v opačné hemisféře. Důležitá materiálová charakteristika, která zde hraje roli, je **index lomu** η , který charakterizuje rychlost šíření světla v daném prostředí (oproti rychlosti šíření světla ve vakuu).



Obrázek 10: Ideální zrcadlový lom

Př. Pro vakuum je index lomu jedna. Pro všechny ostatní materiály je index lomu větší než jedna.

Snellův zákon dává do vztahu index lomu prostředí, ze kterého světlo přichází a prostředí, do kterého se světlo láme a úhel, pod kterým přichází a pod kterým se láme. Index lomu závisí na vlnové délce, což je příčinou rozkladu světla na hranolu či vzniku barevných map na hladině vody.

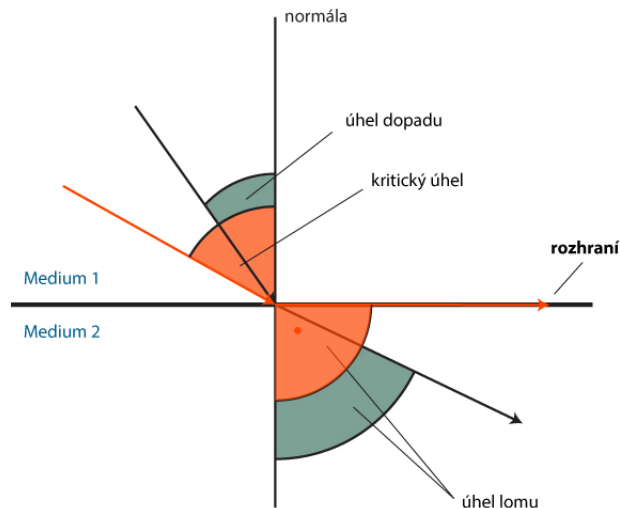
$$\eta_i \sin \theta_i = \eta_o \sin \theta_o \quad (21)$$

Zároveň platí, že světlo zůstává v jedné rovině.

Směr lomeného paprsku ve vektorové formě vyjádříme následujícím vzorcem.

$$\omega_o = -\eta_{io}\omega_i - (\eta_{io} \cos \theta_i + \sqrt{1 - \eta_{io}^2(1 - \cos^2 \theta_i)})n \quad (22)$$

$$\eta_{io} = \frac{\eta_i}{\eta_o} \quad (23)$$



Obrázek 11: Kritický úhel

Výraz pod odmocninou má smysl jedině v případě, je-li číslo pod odmocninou nezáporné. V praxi se ale může stát, že toto číslo vyjde záporně, to pak odpovídá úplnému odrazu. Při určitém úhlu dopadu je úhel lomu roven 90° (červeně znázorněný paprsek na obrázku 10), což znamená, že lomené světlo se šíří po rozhraní. Tento úhel se nazývá **kritický úhel**. Pro všechny úhly dopadu větší než kritický úhel se žádný paprsek nebude lámat do druhého prostředí, což se nazývá totální (úplný) odraz.

Další vlastností lomu je změna radiance. Zvětšuje-li se úhel dopadu, jenž svírá paprsek s normálou plochy na níž dopadá, roste úhel lomu rychleji než úhel dopadu. Na obrázku 10 pozorujeme, že určité rozmezí příchozích směru odpovídá určitému rozmezí odchozích směřů, které se vůči příchozímu roztahuje. Jinými slovy, dochází k poklesu směrové hustoty zářivého toku, čili na větší množství odchozích směřů máme méně světla. Protože radiance je definovaná jako směrová (a plošná) hustota toku, její hodnota se tudíž při lomu mění.

Všechny vlastnosti, které jsme si teď popsali, vyjádříme jako **BRDF**¹ v jednom vzorci

$$\begin{aligned} f_t(\theta_i, \varphi_i, \theta_o, \varphi_o) &= \\ &= \frac{\eta_o^2}{\eta_i^2} (1 - R(\theta_i)) \frac{\delta(\eta_i \sin \theta_i - \eta_o \sin \theta_o) \delta(\varphi_i - \varphi_o \pm \pi)}{\cos \theta_i} \end{aligned} \quad (24)$$

kde

$\frac{\eta_o^2}{\eta_i^2}$ vyjadřuje změnu radiance, způsobenou změnou směrové hustoty zářivého toku

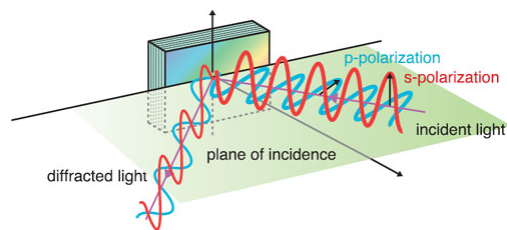
$(1 - R(\theta_i))$ je transmittance z Fresnelových vzorců (z F. vzorců spočítáme pro daný příchozí směr, kolik světla se odrazí a všechno co se neodráží se lomí, což je vyjádřeno pomocí výrazu $1 - R(\theta_i)$)

¹Zde bychom měli správně používat termín BTDF (Bidirectional transmittance distribution function), neboť se v tomto případě nejedná o odraz ale lom světla.

$\delta(\eta_i \sin \theta_i - \eta_o \sin \theta_o)$ vyjadřuje Snellův zákon

$\delta(\varphi_i - \varphi_o \pm \pi)$ určuje, že paprsek zůstává v rovině.

$\cos \theta_i$ ve jmenovateli je v rovnici proto, že pomocí něj v rovnici odrazu vykrátíme původní $\cos \theta_i$, který nás nezajímá.

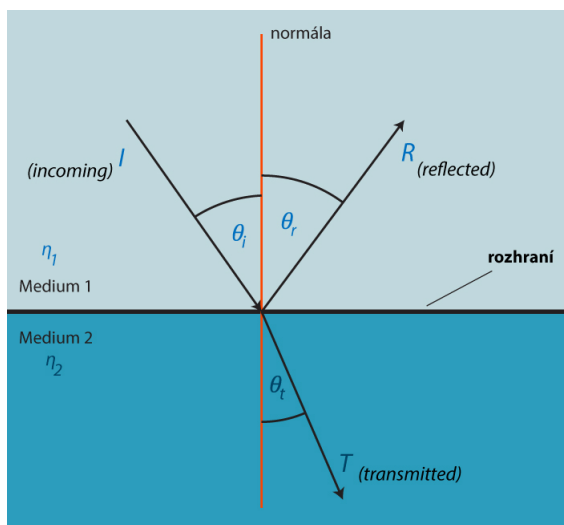


Obrázek 13: Typy polarizace

5.4 Fresnelovy vzorce

Trocha motivace: Když se podíváme seshora na vodu, uvidíme, co se nachází pod hladinou. Více příchozího světla se tedy lomí pod povrch hladiny. Pokud se podíváme ze strany, většina toho, co vidíme, je odraz a my prakticky nemůžeme vidět, co je pod hladinou. Více příchozího světla se tedy odráží. Proto při procházce podél řeky vidíme ve vodě odrazy stromů, když se nad ni ale nahmeme, uvidíme ryby, které v ní plavou (nebo taky odpadky, boty a jinou chamrad').

Z toho plyne, že množství odražené světelné energie závisí na úhlu, pod kterým se na povrch díváme (úhel pohledu). Pro výpočet tohoto množství slouží Fresnelovy vzorce. Ty jsou v renderingu důležité pro dosažení realistického vzhledu skla, vody či jiných lesklých materiálů.



Obrázek 12: Ilustrace k Fresnelovým vzorcům

Fresnelovy vzorce popisují, jaký poměr světelné energie je odražen a jaký se láme (je transmitován). Podívejme se na obrázek 12. Množství světelné energie, které je odraženo od rozhraní označujeme R. Množství světelné energie, které se láme (transmituje) do druhého prostředí označujeme T.

Výpočet hodnot R a T závisí na typu polarizace příchozího paprsku. Máme tyto dva typy

- **s-polarizace** - vektor elektrické intenzity dopadajícího světla je kolmý na rovinu dopadu (rozhraní)
- **p-polarizace** - vektor elektrické intenzity dopadajícího světla je součástí této roviny

Podle typu polarizace dopadajícího světla pak rozlišujeme **koefficienty odrazu** R_s a R_p (konečně na ně došlo, však už jsme se těšili!).

$$R_s = \left| \frac{\eta_1 \cos \theta_i - \eta_2 \cos \theta_t}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t} \right|^2 \quad (25)$$

$$R_p = \left| \frac{\eta_1 \cos \theta_t - \eta_2 \cos \theta_i}{\eta_1 \cos \theta_t + \eta_2 \cos \theta_i} \right|^2 \quad (26)$$

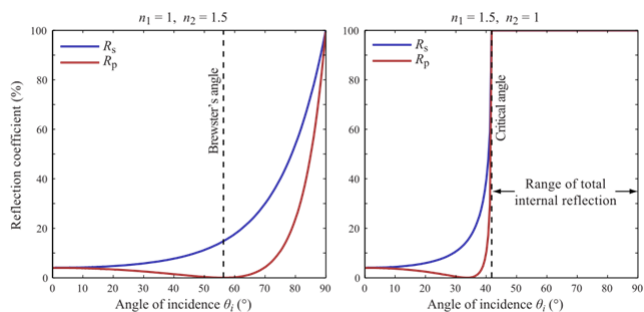
Díky platnosti zákona zachování energie pak zjevně platí, že množství **transmitované** světelné energie je dáno vztahem

$$T_s = 1 - R_s \quad (27)$$

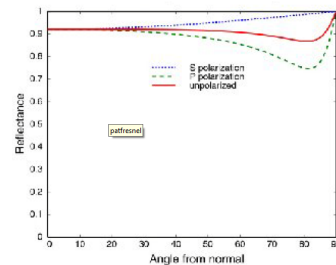
$$T_p = 1 - R_p \quad (28)$$

Pokud na rozhraní dopadá světlo ideálně nepolarizované, je celkový koeficient odrazu určen jako

$$R = \frac{R_s + R_p}{2} \quad (29)$$



Obrázek 14: Průběh odrazivosti pro dielektrika



Obrázek 15: Průběh odrazivosti pro kovy

Na grafech na obrázku 14 můžeme vidět průběh odrazivosti pro dielektrika.

Výše zmíněné rovnice platí i pro kovy, s tím ale, že kovy mají index lomu v komplexních číslech. To způsobuje úplně jiné chování. Platí,

že kov světlo neláme. Veškeré světlo se buď odrazí nebo přemění na jiný druh energie (např. teplo). Jeho odrazivost je v praxi mnohem větší než dielektrika, tzn. přes všechny incidentní úhly θ_i se téměř všechno světlo odráží (viz. graf na obrázku 15).

5.4.1 Fresnelovy čočky (zajímavost)

Fresnelova čočka má při podobných parametrech a stejném použitém materiálu (sklo, plast) podstatně nižší hmotnost než běžná čočka, protože jsou z ní odstraněny ty části, které se nepodílejí přímo na lomu paprsků. Pro svou menší tloušťku, a tedy i hmotnost, je vhodná nejen pro zobrazování (kde se však projevují její vady), ale zejména pro aplikace v osvětlovací a signalizační technice (majáky).

S Fresnelovými vzorci nemá kromě autora nic společného.

5.5 Lesklý odraz

V předchozích kapitolách jsme si řekli něco o ideálním (extrémním) chování světla při dopadu na povrch (ideální odraz, lom). Většinou se světlo chová ale nějak mezi, což je dáno strukturou povrchu, konkrétně orientací mikroplošek, které se vzájemně stíní, umožňují světlu proniknout do určité hloubky a odrážejí světlo do různých směrů.

Do této kategorie spadají všechny skutečné materiály.

Čím je povrch předmětu hrubší (větší mikroskopická hrubost), tím víc se ideální zrcadlový odraz rozmazává do ideálního difusního odrazu. Jinými slovy, tím více převládá difúzní komponenta odrazu (viz. obrázek 16).



Obrázek 16: Mikroskopická hrubost povrchu

Některé materiály vykazují tzv. **retroreflektivitu**, což znamená, že se výrazná část světla odrazí zpět do příchozího směru. Na trojrozměrné reprezentaci je pak vidět úzký lalok směřující zpět do příchozího směru. Příkladem tohoto chování jsou měsíci, odrazky, reflexní vesty, atd.

5.5.1 BRDF modely pro skutečné materiály

Jak chování odrazivosti běžných předmětů modelovat pomocí BRDF? Existují tři základní přístupy:

- **Empirický** - Phongův model
- **Fyzikálně motivované** - Torrance-Sparrow, Cook-Torrance
- **Aproximace měřených dat**

V počítačové grafice se nejčastěji používají empirické modely, protože nabízejí rozumný poměr mezi složitostí a podobností realitě. Jejich nevýhodou ale je, že nemusí splňovat základní požadavky na vlastnosti BRDF (např. na reciprocitu, zachování energie apod.)

Empirické BRDF modely, Phongův model

Popis této podkapitoly je sepsán na Wikipedii pod heslem »Phongův osvětlovací model«.

Fyzikálně motivované BRDF modely

Fyzikálně založené modely vznikají na základě nějakého teoretického popisu fyzikálních dějů, z nichž se snažíme odvodit BRDF. Velmi často využíváme tzv. mikroploškové modely, kdy je povrch modelován jako množina různě orientovaných plošek.

Ačkoliv je orientace plošek u jednotlivých modelů různá, samotná ploška se vždy považuje za dokonalé zrcadlo. Při modelování osvětlení se uvažují následující tři jevy:

- **zastínění** - světlo na některé části plošky nedopadne, protože je zastíněna jinou ploškou
- **maskování** - zamezuje světlu se z povrchu odrazit pryč, neboť paprsek dříve narazí na jinou plošku
- **odraz**

Mezi takto odvozené modely patří Cook-Torrance nebo Torrance-Sparrow.

Aproximace naměřených dat

Tento způsob modelování BRDF spočívá v naměření dat a jejich následném napasování na fyzikální model anebo použití nějaké metody nelineární optimalizace. Nejproblematictější je asi měření. Používají se různé sestavy, např. gonioreflektometr, který je schopen vzorek osvětlit a nafotit z libovolného směru a zjistit tak hodnotu BRDF funkce pro dané parametry.

Problém je v tom, že takovýto měření se musí provést řádově tisíce až desetitisíce, což značně opotřebovává uzávěrku fotoaparátu, která vydrží jen 50 až 100 tisíc fotek. Navíc je naměření jednoho vzorku dost časově náročné (několik dní) a množství dat, která při tom vzniknou, se pohybuje v řádech až stovek gigabajtů. Takové množství dat se samozřejmě špatně uchovává i reprezentuje.